

ANALYSE PAR ÉLÉMENTS FINIS DE ALLONGEMENT D'UNE BARRE COMPORTANT DES DISCONTINUITÉS

Une poutre unidimensionnelle de longueur $l = 3$ mètres est soumise à des charges axiales, générant des forces de traction et de compression. La poutre est composée de trois sections de matériaux différents et possède une section transversale variable. L'analyse sera effectuée à l'aide de la méthode des éléments finis avec des fonctions de forme quadratiques.

DESCRIPTION DU PROBLÈME

1. Propriétés matérielles.

- **Section 1** (Acier S235) : $0 \text{ m} \leq x < 0.8 \text{ m}$, module de Young $E_1 = 210 \text{ GPa}$.
- **Section 2** (Aluminium) : $0.8 \text{ m} \leq x < 1.8 \text{ m}$, module de Young $E_2 = 69 \text{ GPa}$.
- **Section 3** (Alliage cuivre-zinc) : $1.8 \text{ m} \leq x \leq 3 \text{ m}$, module de Young $E_3 = 80 \text{ GPa}$.

2. Section transversale. La surface de la section transversale de la poutre suit une fonction exponentielle décroissante :

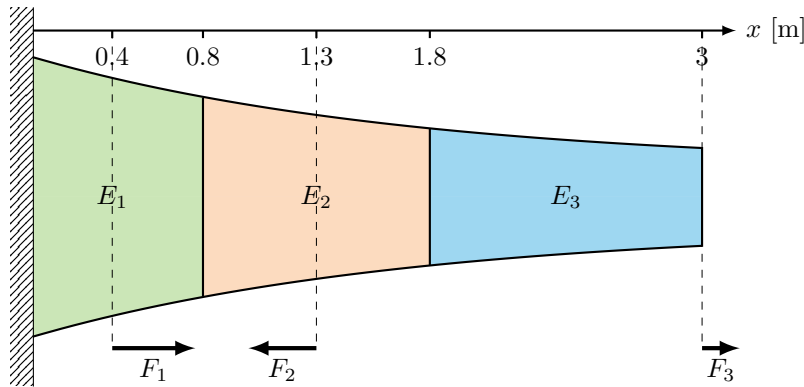
$$A(x) = A_0 e^{-\lambda x}$$

où $A_0 = 200 \text{ mm}^2$ est la section initiale à $x = 0$, et $\lambda = 0.5$.

3. Conditions aux limites. La poutre est encastree à l'extrémité gauche ($x = 0$), tandis que l'extrémité droite ($x = l$) est libre.

4. Forces appliquées. La poutre est soumise aux forces axiales suivantes :

- (1) Une force de traction de module $F_1 = 10 \text{ kN}$ est appliquée à $x = 0.4 \text{ m}$.
- (2) Une force en compression de module $F_2 = 8 \text{ kN}$ est appliquée à $x = 1.3 \text{ m}$.
- (3) Une force de traction de module $F_3 = 3 \text{ kN}$ est appliquée à l'extrémité libre de la poutre à $x = 3 \text{ m}$.



DISCRÉTISATION PAR ÉLÉMENTS FINIS

La structure sera discrétisée au moyen des éléments finis quadratiques classiques (trois points nodaux équidistants). Chaque section de la poutre sera discrétisée par un élément fini quadratique. La surface de la section transversale de chaque élément sera approchée par la surface de la section transversale au milieu de l'élément. Les unités utilisées dans les calculs MATLAB sont le Newton (N), le Pascal (Pa) et le mètre (m).

TÂCHES

Écrire un script MATLAB qui réalise l'analyse par éléments finis en suivant les étapes ci-dessous :

- (1) Définir les propriétés matérielles de chaque section de la poutre et les nœuds du maillage.
- (2) Définir les fonctions de base quadratiques dans l'approche locale et affectez-les à trois fonctions symboliques appelées `he1`, `he2` et `he3` variable `ksi`. Stocker ces fonctions dans une matrice 1x3 de fonctions de base appelée `He`.

- (3) Calculer les matrices élémentaires et les vecteurs élémentaires des forces appliquées et affectez-les aux variables appelées respectivement `stiffness_elem1`, `stiffness_elem2`, `stiffness_elem3` et `applied_forces_elem1`, `applied_forces_elem2`, `applied_forces_elem3`.
- (4) Assembler la matrice de rigidité et le vecteur des forces appliquées et affectez-les aux variables appelées respectivement `stiffness` et `applied_forces`.
- (5) Résoudre le système linéaire pour trouver le vecteur des déplacements nodaux, affectez-le à une variable appelée `displacements`.
- (6) (Facultatif) Tracer le graphique du déplacement axial u^h .
- (7) (Facultatif) Commenter leurs allures physiquement. Si l'on interchangeait l'acier et l'alliage cuivre zinc que vous attendriez vous à observer ?